

引用格式:王华斌,陶万成,李玉,等.基于先验HMRF的MAP分块超分辨率重建方法[J].地球信息科学学报,2019,21(3):315-326. [Wang H B, Tao W C, Li Y, et al. HMAP prior based MAP block super-resolution reconstruction algorithm[J]. Journal of Geo-information Science, 2019,21(3):315-326.] DOI:10.12082/dqxxkx.2019.180229

基于先验HMRF的MAP分块超分辨率重建方法

王华斌^{1,2*}, 陶万成¹, 李玉¹, 赵泉华¹

1. 辽宁工程技术大学 遥感科学与应用研究所, 阜新 123000; 2. 国家测绘地理信息局 卫星测绘应用中心, 北京 100048

HMRF Prior based MAP Block Super-Resolution Reconstruction Algorithm

WANG Huabin^{1,2*}, TAO Wancheng¹, LI Yu¹, ZHAO Quanhua¹

1. Liaoning Technical University, Institute of Remote Sensing Science and Application, Fuxin 123000, China; 2. National Bureau of Surveying and Mapping Geographic Information, Satellite Surveying Application Center, Beijing 100048, China

Abstract: The detailed information in super-resolution reconstruction of hyper-spectral image is usually lost after using the Maximum A Posteriori (MAP). To improve the quality of a reconstructed image, this paper presents a MAP block super-resolution reconstruction algorithm based on the prior Huber Markov Random Field (HMRF) model. Firstly, Principal Component Analysis (PCA) is used to obtain the main components for a given hyper-spectral image, and then the initial image is obtained by spline interpolation technique. By using main components from the PCA operation, the proposed algorithm can not only effectively reduce the usage of computation memory but also reserve most of the information from the image. After calculating the Q statistic of the initial image, it is found that stratifying the hyper-spectral image into several (e.g., seven in this study) spatial heterogeneities is an effective way to characterize the complexity of the hyper-spectral image. To this end, a suitable partitioning scheme for obtaining an optimal super-resolution reconstructed image is adopted after comparing the reconstructed results by using different blocks with different sizes. As a result, the domain of the hyper-spectral image is split into several sub-blocks. The HMRF model with an adaptive threshold is then established for each sub-block image, and an objective function is defined by combining the fidelity terms of the sub-block images. The objective function can be solved by using the gradient descent method to obtain the high resolution sub-block images, which are then combined with the interpolated secondary component images. Though some cross artifacts occur in the process, they can be removed by extending edge based methods. The effective extending edge-based method is also proposed in this paper. Finally, the final high resolution image can be obtained by using the inverse PCA operation. In order to verify the validity and the superiority of the proposed algorithm, we test the proposed algorithm, the representative Tikhonov-based algorithm, total variation-based algorithm, and the traditional HMRF model-based super-resolution reconstruction method with the simulated and real images, respectively. The testing results show that the proposed algorithm is superior to other methods in the peak signal-to-noise ratio (PSNR) and the Structure Similarity Image Measure (SSIM). The

收稿日期: 2018-08-05; 修回日期: 2019-01-11.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(41301479); 国家自然科学基金面上项目(41271435). [**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China Youth Fund Project, No.41301479; National Natural Science Foundation of China, No.41271435.]

作者简介: 王华斌(1980-), 男, 安徽合肥人, 副研究员, 硕士, 主要从事测绘卫星数据分发、三维地理信息系统、卫星数据处理等方面的研究。E-mail: whb@sasmac.cn

qualitative evaluation indicated that the proposed method could obtain more obvious edge structure and detailed information at the same time.

Key words: image segmentation; adaptive threshold; hyperspectral image; HMRF model; principal component transformation

***Corresponding author:** WANG Huabin, E-mail: whb@sasmac.cn

摘要:针对高光谱图像应用最大后验概率(Maximum A Posteriori, MAP)超分重建后细节信息丢失严重问题,本文提出一种基于先验 Huber 马尔科夫随机场(Huber Markov Random Field, HMRF)模型的 MAP 分块超分辨率重建算法,以期提高图像超分重建质量。首先,利用主成分变换获取图像域的主要成分,在此基础上采用样条插值得到初始迭代图像;而后将初始图像域分为若干子块,在每个子块图像域上建立具有自适应阈值的 HMRF 模型,并结合子块图像域的保真项构建目标函数,采用梯度最快下降法求解此函数得到超分子块图像,将其重组,进而与插值后的次要成分图像相结合,最后应用主成分逆变换方法得到最终的高分辨率图像。为了验证本文算法的有效性,分别对模拟和真实图像采用本文方法和具有代表性的 Tikhonov、总变分及传统 HMRF 模型超分重建方法进行实验对比,其中本文方法重建结果在峰值信噪比和结构相似性定量评价方面明显优于其他方法重建结果,在定性评价方面边缘结构及细节信息也更加明显,表明本文算法较为突出。

关键词:图像域分块;自适应阈值;高光谱图像;HMRF 模型;主成分变换

1 引言

由于遥感传感器的成像分辨率和光谱分辨率相互制约,导致利用现有设备难以获得高分辨率高光谱(High Resolution Hyperspectral, HRH)图像。而超分辨率重建是获取高空间分辨率图像简单、高效的技术手段,可以有效提高图像在后期的特征提取和分类等应用方面的准确性^[1-2]。超分重建方法普遍包括频域和空域两类方法。其中,频域方法破坏了图像空间域自身的相关性关系,导致重建过程难以嵌入先验约束条件^[3]。另外,此类超分重建算法忽略了成像系统自身的影响,如系统噪声,系统响应函数等,造成重建结果模糊;空域方法摆脱了频域方法中的局限性,充分考虑了图像的成像模型,对各种图像退化的建模更加灵活。而空域方法^[4-5]包括的典型类别有:凸集投影(Projection Onto Convex Sets, POCS)^[6]、插值-复原^[7]和统计方法^[8]。

空域方法中的 POCS 是由 Stark 和 Oskoui^[9]提出的超分辨率重建算法。该算法将多个包含相应图像特征的凸集公式化共同求解高分辨率图像,结合迭代算法寻找满足所有约束凸集条件的重建结果,但是该方法没有利用成像设备响应函数的先验信息来约束解的收敛性,为了解决该问题, Patti 和 Sezan^[10]提出了一种新的 POCS 算法,但其重建质量取决于初始图像估计,因此不能很好地保护图像内容及边缘信息。

插值-复原法是超分重建中最为直观的方法,将低分辨率图像经过配准后,使用插值算法将投影

到高分辨率格网的像元均匀化^[11]。此类方法计算复杂度小,但不能引入先验约束致使重建结果较模糊。

统计方法是一种通过迭代模拟超分重建过程得到最优重建图像的方法,主要包括最大似然(Maximum Likelihood, ML)和最大后验概率(Maximum A Posteriori, MAP)方法^[12]。其中,由于 ML 方法不使用图像先验知识,导致超分辨率重建结果不唯一,属于不适定问题。而此类不适定问题的求逆,需要先验知识来约束它的解,从而构建 MAP 方法的基本框架。而在 MAP 方法引入了图像先验知识之后可以有效提高图像超分重建效果,因此该方法被广泛应用。其中, Schultz 和 Stevenson^[13]为了保护边缘信息将 Huber 马尔科夫随机场(Huber Markov Random Field, HMRF)模型应用到单帧图像超分重建问题中,而后又提出建立 Huber 马尔科夫随机场模型描述高分辨率图像先验分布,进而有效解决了超分重建结果图像边缘信息丢失严重的问题。其中, Huber 马尔科夫随机场模型构建来源于整个图像的全部数据,先验描述是整体图像忽略了图像中各区域间的特征差异,据此本文结合分块操作以提高重建质量。高光谱图像超分重建因波段多,占用内存较大使普通计算机无法运算,此外重建结果还会出现彩色伪痕,应用主成分变换(Principal Component Analysis, PCA)方法^[14]可以有效解决该类问题。其中, PCA 变换将低分辨率高光谱(Low Resolution Hyperspectral, LRH)观测图像的超分重建转化为对少数几个主要成分的超分重建,降低了参与重建的波段数目,从而减少了高光谱超

分重建的运算内存;而经过PCA变换后的各个成分彼此不相关,有效减少了由于波段相关性导致的彩色伪痕,提高了重建质量。

鉴于此,本文在传统MAP超分辨率重建算法的基础上增加了自适应阈值先验HMRF模型,并引入了PCA和图像分块操作,其中PCA主要是对数据进行降维以减少运算量,分块操作是为了让每个子块图像通过基于自适应阈值先验HMRF模型的MAP超分辨率重建算法获取最优的重建结果,以期提高重建后的图像质量。此外,在子块图像的重建结果中发现其边界的灰度级和其它区域不同,使重组后的图像会产生十字伪影。为了解决此问题,本文采用了子块图像扩边处理方法,即在分割初始图像时,每个子块图像保留边界外一定数量的像元,重组时去除扩充的边界,这种方法可以有效避免十字伪影。

2 算法描述

2.1 广义超分模型

给定一组不同时刻的LRH观测图像 $\mathbf{g} = \{\mathbf{g}^{(k)}; k = 1, 2, \dots, K\}$,其中, k 为不同时刻图幅索引, K 为图幅总数, $\mathbf{g}^{(k)} = \{\mathbf{g}_d^{(k)}; d = 1, 2, \dots, e\}$ 为第 k 幅图像, d 为波段索引, e 为波段总数; $\mathbf{g}_d^{(k)} = \{\mathbf{g}_{di}^{(k)}(x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, n\}$ 为第 d 波段图像, i 为像元索引, $(x_i, y_i) \in U$, U 是图像空间域, n 为像元总数。假定一幅与 $\mathbf{g}$ 波段总数相同的HRH图像为 $\mathbf{z} = \{\mathbf{z}_d; d = 1, 2, \dots, e\}$, $\mathbf{z}_d = \{\mathbf{z}_{dj}(x_j, y_j); j = 1, 2, \dots, N\}$ 表示第 d 波段图像, j 为像元索引, $(x_j, y_j) \in U$, N 为像元总数。其中, i 和 j 的关系如图1所示,假设图1(b)是图1(a)经过超分辨率系数为 r 的超分结果示意图,超分辨率系数可定义为 $r = (N/n)^{1/2} = (a_1/a_2)$, S_i 为图1(a)中第 i 像元的空间域, a_1 为像元空间域 S_i 边长; S_j 为图1(b)中像元 j 的空间域, a_2 为像元空间域 S_j 边长,第 j 像元在图1(b)中的

空间位置 $(x_j, y_j) \in S_i$ 。

HRH和LRH图像之间的广义超分模型可定义为:

$$\mathbf{g}^{(k)} = f(\mathbf{z}, \delta^{(k)} | \boldsymbol{\theta}^{(k)}) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{g}^{(k)} = [\mathbf{g}_{di}^{(k)}]_{e \times n}^T = [\mathbf{g}_{id}^{(k)}]_{n \times e}$, $f(\mathbf{z}, \delta^{(k)} | \boldsymbol{\theta}^{(k)})$ 为高分辨率图像降质函数表达式, $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_{dj}]_{e \times N}^T = [\mathbf{z}_{jd}]_{N \times e}$, $\delta^{(k)}$ 为第 k 幅图像受到的噪声影响,大小为 $[\delta_{id}^{(k)}]_{n \times e}$, $\boldsymbol{\theta}^{(k)}$ 为已知参数。假设在图像降质过程中受到降采样因子、点扩散函数、图像几何运动参数的影响,可分别定义为 $\mathbf{D}^{(k)}$ 、 $\mathbf{B}^{(k)}$ 和 $\mathbf{M}^{(k)}$,而 $\boldsymbol{\theta}^{(k)} = \mathbf{D}^{(k)} \mathbf{B}^{(k)} \mathbf{M}^{(k)}$ 。由于使用的是同一个传感器,则不同时刻获取的LRH图像的尺寸相同,降采样因子相同,即有 $\mathbf{D}^{(k)} = \mathbf{D} = [\mathbf{D}_{ij}]_{n \times N}$, $k = 1, 2, \dots, K$ 。同理,LRH图像在获取过程中经历的模糊程度也相同,即有 $\mathbf{B}^{(k)} = \mathbf{B} = [\mathbf{B}_{ij}]_{N \times N}$, $k = 1, 2, \dots, K$ 。而LRH图像序列间的几何运动不同, $\mathbf{M}^{(k)}$ 为第 k 幅LRH图像的运动参数,大小为 $\mathbf{M}^{(k)} = [\mathbf{M}_{ij}^{(k)}]_{N \times N}$ 。综上所述,HRH和LRH图像之间的关系可进一步表达为:

$$\mathbf{g}^{(k)} = \mathbf{DBM}^{(k)} \mathbf{z} + \delta^{(k)} \quad (2)$$

由于高光谱图像波段数量过多,运算内存大,因此可对LRH图像应用主成分变换(Principal Component Analysis, PCA)进行降维操作获得主要和次要成分。其中,将集中90%以上LRH图像信息的前 c_1 个成分称为主要成分,将占不到1%图像信息量的 c_3 个成分称为噪声成分。其余含信息量较少的 c_2 个成分称为次要成分。在一般情况下, $c_1 < c_3$ 。依据此规则本文选取前 c_1 成分作为主要成分,第 c_1 成分到第 c_1+c_2 成分为次要成分,其余为噪声成分。使用主要成分替换LRH图像进行超分辨率重建,其函数关系表示为:

$$\mathbf{G}^{(k)} = \mathbf{DBM}^{(k)} \mathbf{z} + \delta^{(k)} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{G}^{(k)} = [\mathbf{G}_{d'i'}^{(k)}]_{c_1 \times n}^T = [\mathbf{G}_{id'}^{(k)}]_{n \times c_1}$ 为第 k 幅LRH图像的主要成分数据矩阵, d' 为主要成分索引; $\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_{d'j}]_{c_1 \times N}^T = [\mathbf{Z}_{jd'}]_{N \times c_1}$ 为HRH图像的主要成分数据矩阵; $\delta^{(k)} = [\delta^{(k)}]_{n \times c_1}$ 为第 k 幅图像受到的噪声而产生的数据矩阵。

2.2 参数估计

由广义超分模型知参数 $\boldsymbol{\theta}^{(k)} = \mathbf{DBM}^{(k)}$,其中,降采样因子 $\mathbf{D}$ 和点扩散函数 $\mathbf{B}$ 为给定参数,而 $\mathbf{M}^{(k)}$ 为不同图像间的几何运动参数需要进行求解。由于求解不同时刻LRH图像几何运动参数的传统方法是利用图像的所有波段,计算耗时且复杂,为了降低运算内存本文采用经PCA处理后的成分图像进行求解。首先依据Harris算法^[15]提取主成分图像中角点,进而引入经尺度不变特征转换(Scale-invariant

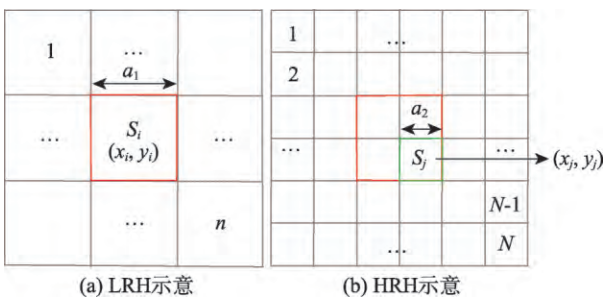


图1 LRH和HRH图像像元索引对应关系

Fig. 1 Correspondence between LRH and HRH image pixel indexes

Feature Transform, SIFT)算法^[16]判定出两幅图像的同名角点,最后使用最小二乘^[17]求解图像运动参数。

Harris算法是通过检测窗口移动后的灰度变化量以确定角点,假定像元点 (x_i, y_i) 为窗口中心,则Harris角点响应函数(Corner Response Function, CRF)表示为:

$$CRF(x_i, y_i) = \det(\mathbf{Q}) - o(\text{trace}(\mathbf{Q}))^2 \quad (4)$$

式中: $\mathbf{Q}$ 为实对称矩阵, $\det(\mathbf{Q})$ 为矩阵 $\mathbf{Q}$ 的行列式, $\text{trace}(\mathbf{Q})$ 为矩阵 $\mathbf{Q}$ 的迹, o 为给定常数用来限定提取角点的数量。进而结合SIFT算法匹配两幅图像中的同名角点。而后对同名角点建立六参数全局仿射模型^[16],其公式表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{d' i'}^{(l)}(x_i, y_i) &= \mathbf{G}_{d' i'}^{(k)}(a_{k,0} + a_{k,1}x_i + a_{k,2}y_i, b_{k,0} + b_{k,1}x_i + b_{k,2}y_i) \\ &= \mathbf{G}_{d' i'}^{(k)} \begin{pmatrix} x_i & y_i & 1 \\ a_{k,1} & b_{k,1} \\ a_{k,2} & b_{k,2} \\ a_{k,0} & b_{k,0} \end{pmatrix} \quad (5) \\ &= \mathbf{G}_{d' i'}^{(k)}(\mathbf{A}\mathbf{M}_{d'}^{(k)}) \end{aligned}$$

式中:第 l 幅图像第 d' 成分上的同名角点坐标集合为 $\mathbf{G}_{d' i'}^{(l)} = \{\mathbf{G}_{d' i'}^{(l)}(x_i, y_i); i' = 1, 2, \dots, \eta\}$, i' 为角点坐标索引, (x_i, y_i) 为第 i' 角点坐标, η 为角点总数;与第 l 幅图像对应的第 k 幅图像同名角点坐标集合为 $\mathbf{G}_{d' i'}^{(k)} = \{\mathbf{G}_{d' i'}^{(k)}(x_i, y_i); i' = 1, 2, \dots, \eta\}$, i' 为角点坐标索引, (x_i, y_i) 为第 i' 角点坐标; $\mathbf{M}_{d'}^{(k)} = [a_{k,1}, b_{k,1}; a_{k,2}, b_{k,2}; a_{k,0}, b_{k,0}]$ 为六参数矩阵即运动参数;令 $\mathbf{A} = [x_i, y_i, 1]$ 。在此基础上,应用最小二乘法求解几何运动参数。

2.3 超分辨率重建模型

通过参数估计获取降采样因子 $\mathbf{D}$,点扩散函数 $\mathbf{B}$ 和几何运动参数 $\mathbf{M}^{(k)}$,进而对广义超分模型推导以得到超分重建的目标函数。首先对LRH图像序列应用PCA变换获得主要成分序列,在此基础上进行分割得到 $b \times q$ 个子块图像分别进行超分重建以提高图像重建效果,因此超分重建目标函数的推导也转化为在子块图像维上操作。其中,LRH图像序列的主成分图像集合表示为 $\mathbf{G} = \{\mathbf{G}^{(k)}; k = 1, 2, \dots, K\}$,第 k 幅成分图像序列的子块图像集合可表示为 $\mathbf{G}^{(k)} = \{\mathbf{G}^{(k,m)}; m = 1, 2, \dots, b \times q\}$, m 为第 b 行第 q 列的子块图像索引;待求的HRH的成分图像表示为 $\mathbf{Z} = \{\mathbf{Z}^{(m)}; m = 1, 2, \dots, b \times q\}$ 。进而依据MAP方法理论,HRH图像估计可表示为:

$$\hat{\mathbf{Z}} = \arg \max_{\mathbf{Z}} \{p(\mathbf{Z}|\mathbf{G})\} \quad (6)$$

结合贝叶斯公式进一步得到如下公式:

$$\hat{\mathbf{Z}} = \arg \max_{\mathbf{Z}} \left\{ \frac{p(\mathbf{G}|\mathbf{Z}) p(\mathbf{Z})}{p(\mathbf{G})} \right\} \quad (7)$$

式中: $p(\mathbf{G})$ 对式(7)中变量 $\mathbf{Z}$ 不产生影响,可直接消去,并对公式右端取对数得:

$$\hat{\mathbf{Z}} = \arg \max_{\mathbf{Z}} \{\log p(\mathbf{G}|\mathbf{Z}) + \log p(\mathbf{Z})\} \quad (8)$$

式中:首先为变量 $\mathbf{G}$ 和 $\mathbf{Z}$ 赋予具体的数据意义,定义第 k 幅主成分图像序列中的第 m 子块为 $\mathbf{G}^{(k,m)} = \{\mathbf{G}_{d'}^{(k,m)}; d' = 1, 2, \dots, c_1\}$,其中第 d' 成分图像的子块图像表示为 $\mathbf{G}_{d'}^{(k,m)} = \{\mathbf{G}_{d' i'}^{(k,m)}(x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, n/bq\}$;而后定义待求的HRH成分图像的第 m 子块图像为 $\mathbf{Z}^{(m)} = \{\mathbf{Z}_{d'}^{(m)}; d' = 1, 2, \dots, c_1\}$,其中第 d' 成分图像的子块图像表示为 $\mathbf{Z}_{d'}^{(m)} = \{\mathbf{Z}_{d' j'}^{(m)}(x_i, y_i); j = 1, 2, \dots, N/bq\}$,令 $\mathbf{G} = \mathbf{G}_{d'}^{(k,m)}, \mathbf{Z} = \mathbf{Z}_{d'}^{(m)}$ 。结合LRH图像序列经PCA变换获取的成分图像之间是相互独立的,因此超分重建目标函数可表示为:

$$\hat{\mathbf{Z}}^{(m)} = \arg \max_{\mathbf{Z}^{(m)}} \left\{ \sum_{d'=1}^{c_1} \left(\sum_{k=1}^K \left(\log p(\mathbf{G}_{d'}^{(k,m)} | \mathbf{Z}_{d'}^{(m)}) + \log p(\mathbf{Z}_{d'}^{(m)}) \right) \right) \right\} \quad (9)$$

式中: $p(\mathbf{G}_{d'}^{(k,m)} | \mathbf{Z}_{d'}^{(m)})$ 为HRH图像主要成分存在时LRH成分图像的概率密度函数。由广义超分模型式可知, $p(\delta^{(k,m)}) = p(\mathbf{G}^{(k,m)} | \mathbf{Z}^{(m)})$ 表示噪声类型。通常假设广义超分模型中的噪声为高斯白噪声,其均值为0、方差为 $1/\beta$ 。则其概率密度函数可表示为:

$$p(\mathbf{G}_{d'}^{(k,m)} | \mathbf{Z}_{d'}^{(m)}) \propto \exp \left\{ -\frac{\beta}{2} \left\| \mathbf{G}_{d'}^{(k,m)} - \boldsymbol{\theta}^{(k)} \mathbf{Z}_{d'}^{(m)} \right\|_p^2 \right\} \quad (10)$$

式中: p 的值为1或者2,当 $p = 1$ 时数据保真度估计为1范数,当 $p = 2$ 时数据保真度估计为2范数,由于2范数采用最小平方操作导致算法的稳健性下降,因此本文选用 $p = 1$ 范数估计数据保真度。对子块图像建立先验HMMRF模型以估计图像先验值,则先验概率分布模型可表示为:

$$p(\mathbf{Z}^{(m)}) \propto \frac{1}{\omega} \exp \left\{ -\frac{1}{2h} \sum_{s \in S} \rho_s(d_s^v \mathbf{Z}^{(m)}) \right\} \quad (11)$$

式中: ω 为归一化常数, h 为吉布斯分布的温度系数, s 为一个邻域系统的簇, S 为MRF所有簇的集合; $d_s^v \mathbf{Z}^{(m)}$ 为从4个方向刻画图像 $\mathbf{Z}^{(m)}$ 像元邻域 s 内的灰度变化值, $v = (1, 2, 3, 4)$,灰度变化分别为 $d_s^1 \mathbf{Z}^{(m)} = \mathbf{Z}^{(m)}(x_j, y_j - 1) - 2\mathbf{Z}^{(m)}(x_j, y_j) + \mathbf{Z}^{(m)}(x_j, y_j + 1)$; $d_s^2 \mathbf{Z}^{(m)} = 0.5\mathbf{Z}^{(m)}(x_j + 1, y_j - 1) - \mathbf{Z}^{(m)}(x_j, y_j) + 0.5\mathbf{Z}^{(m)}(x_j - 1, y_j + 1)$; $d_s^3 \mathbf{Z}^{(m)} = \mathbf{Z}^{(m)}(x_j - 1, y_j) - 2\mathbf{Z}^{(m)}(x_j, y_j) + \mathbf{Z}^{(m)}(x_j + 1, y_j + 1)$; $d_s^4 \mathbf{Z}^{(m)} = 0.5\mathbf{Z}^{(m)}(x_j - 1, y_j - 1) - \mathbf{Z}^{(m)}(x_j, y_j) + 0.5\mathbf{Z}^{(m)}(x_j + 1, y_j + 1)$ 。令Huber边缘惩罚函数为:

$$\rho_{\beta}(u) = \begin{cases} u^2 & |u| \leq \beta \\ 2\beta|u| - \beta^2 & |u| > \beta \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\rho_{\beta}(u)$ 为分段惩罚函数, u 为变量且 $u = d_s^v \mathbf{Z}^{(m)}$, β 为 Huber 惩罚函数的阈值; 对 u 的统计曲线进行高斯拟合, 得到自动选取阈值 β 表示为:

$$\hat{\mathbf{Z}}^{(m)} = \begin{cases} \arg \min_{\mathbf{Z}^{(m)}} \left\{ \sum_{d'=1}^{c_1} \sum_{k=1}^K \left(\left\| \mathbf{G}_{d'}^{(k,m)} - \theta^{(k)} \mathbf{Z}_{d'}^{(m)} \right\|^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N/bq} \sum_{v=1}^4 \left(d_s^v \mathbf{Z}_{d'j}^{(m)} \right)^2 \right) \right\} & \left| d_s^v \mathbf{Z}_{d'j}^{(m)} \right| \leq \beta \\ \arg \min_{\mathbf{Z}^{(m)}} \left\{ \sum_{d'=1}^{c_1} \sum_{k=1}^K \left(\left\| \mathbf{G}_{d'}^{(k,m)} - \theta^{(k)} \mathbf{Z}_{d'}^{(m)} \right\|^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N/bq} \sum_{v=1}^4 \left(2\beta \left| d_s^v \mathbf{Z}_{d'j}^{(m)} \right| - \beta^2 \right) \right) \right\} & \left| d_s^v \mathbf{Z}_{d'j}^{(m)} \right| > \beta \end{cases} \quad (14)$$

$$\left(\hat{\mathbf{Z}}^{(m)} \right)^{t+1} = \begin{cases} \left(\hat{\mathbf{Z}}^{(m)} \right)^t + \left\{ \sum_{d'=1}^{c_1} \sum_{k=1}^K \left(\left(\theta^{(k)} \right)^T \left(\mathbf{G}_{d'}^{(k,m)} - \theta^{(k)} \left(\hat{\mathbf{Z}}_{d'}^{(m)} \right)^t \right) - \lambda \sum_{j=1}^{N/bq} \sum_{v=1}^4 \left(d_s^v \right)^T \left(d_s^v \left(\hat{\mathbf{Z}}_{d'j}^{(m)} \right)^t \right) \right\} & \left| d_s^v \left(\hat{\mathbf{Z}}_{d'j}^{(m)} \right)^t \right| \leq \beta_t \\ \left(\hat{\mathbf{Z}}^{(m)} \right)^t + \left\{ \sum_{d'=1}^{c_1} \sum_{k=1}^K \left(\left(\theta^{(k)} \right)^T \left(\mathbf{G}_{d'}^{(k,m)} - \theta^{(k)} \left(\hat{\mathbf{Z}}_{d'}^{(m)} \right)^t \right) - \lambda \sum_{j=1}^{N/bq} \sum_{v=1}^4 \beta \left(d_s^v \right)^T \text{sign} \left(d_s^v \left(\hat{\mathbf{Z}}_{d'j}^{(m)} \right)^t \right) \right\} & \left| d_s^v \left(\hat{\mathbf{Z}}_{d'j}^{(m)} \right)^t \right| > \beta_t \end{cases} \quad (15)$$

式(14)中: 公式前一项为保真项, 后一项为惩罚函数或者先验项。 λ 的作用是平衡惩罚函数和保真项。利用梯度最快下降法求解, 得到其迭代公式表示为。式(15)中, sign 是符号函数。而目标函数的求解步骤如下:

(1) 初始化迭代索引 $t = 1$, 步长为 ε , 最大迭代次数为 $t_{\max}$, 初始迭代图像为 $(\mathbf{Z}_j^{(m)})^0$;

(2) 依据式(13)计算自适应阈值 β_t , 迭代更新计算式(15);

(3) 迭代次数 $t = t + 1$, 若 $t < t_{\max}$, 返回执行步骤(2), 否则转到步骤(4);

(4) 结束, $(\mathbf{Z}_j^{(m)})^{t+1}$ 即为重建后的高分辨率子块图像。

将计算得到的 m 个高分辨率子块图像进行重组, 获得 HRH 图像的主要成分图像集合 $\mathbf{Z}_1 = [\mathbf{Z}_{d'j}]_{c_1 \times N}^T = [\mathbf{Z}_{jd'}]_{N \times c_1}$; 对次要成分进行样条插值, 可得到 HRH 图像的次要成分图像集合即 $\mathbf{Z}_2 = [\mathbf{Z}_{d'j}]_{c_2 \times N}^T = [\mathbf{Z}_{jd'}]_{N \times c_2}$ 。则 HRH 图像的成分图像集合为 $\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_{d'j}]_{(c_1+c_2) \times N}^T = [\mathbf{Z}_{jd'}]_{N \times (c_1+c_2)}$ 。应用 PCA 逆变换得到最终的 HRH 图像 $\mathbf{z} = \{\mathbf{z}_d; d = 1, 2, \dots, (c_1+c_2+c_3)\}$ 。

2.4 算法流程

综上所述, 本文超分重建图像的流程如图 2 所示。经 PCA 获取 LRH 图像序列的主要、次要和噪声成分, 丢弃噪声部分; 进而采用 Harris 算法对主要成分提取特征角点, 经 SIFT 算法判定出不同时刻图像成分的同名角点, 结合最小二乘法求解运动参数; 而后对主要成分图像采用样条插值得到初始图像, 将初始图像域分割成若干子块图像, 并依据子块图像域的灰度空间变化计算与之相应的自适应

$$\beta_t = \varphi_t + \left(e^{\tau \omega_t} - 1 \right) \quad (13)$$

式中: t 表示迭代次数; φ 为变量 u 的高斯概率分布均值, ω 为统计曲线变化特征, τ 一般取 0.1 用来限定图像结果在灰度范围内。将式(10)、(11)和(12)带入式(9), 超分重建目标函数可进一步表示为:

迭代阈值, 以此为基础在子块图像域上建立 HMRF 模型, 结合子块图像域的保真项构造目标函数。而后引入梯度最快下降法求解目标函数, 进而将重建后的子块图像域进行重组。最后与插值后的次要成分应用 PCA 逆变换得到高分辨率结果图像。

3 实验与分析

3.1 评价指标

超分重建结果往往通过原始高分辨率图像进行定量评价^[18], 因此本文采用峰值信噪比(Peak Signal to Noise Rate, PSNR)^[19]和结构相似性指数(Structure Similarity Image Measure, SSIM)^[20]进行评价超分结果。针对结果图像的灰度采用 PSNR 进行评价, 其公式定义为:

$$\text{PSNR} = 10 \times \lg \left(\frac{N \times (255)^2}{\sum_{j=1}^N \left(f(x_j, y_j) - z(x_j, y_j) \right)^2} \right) \quad (16)$$

式中: f 和 z 表示原始高分辨率图像和重建图像。PSNR 值越高表明两幅图像之间的灰度差别越小, 则重建质量越好。针对结果图像的结构采用 SSIM 进行评价, 其公式定义为:

$$\text{SSIM} = \frac{(2\mu_z \mu_x + C_1)(2\sigma_{zx} + C_2)}{(\mu_z^2 + \mu_x^2 + C_1)(\sigma_z^2 + \sigma_x^2 + C_2)} \quad (17)$$

式中: μ_x 为原始高分辨率图像的灰度平均值; μ_z 为重建图像的灰度平均值; σ_x 为原始高分辨率图像的方差; σ_z 为重建图像的方差; σ_{zx} 为原始图像和重建图像的协方差; C_1 和 C_2 分别为常数, SSIM 值越接近 1 表

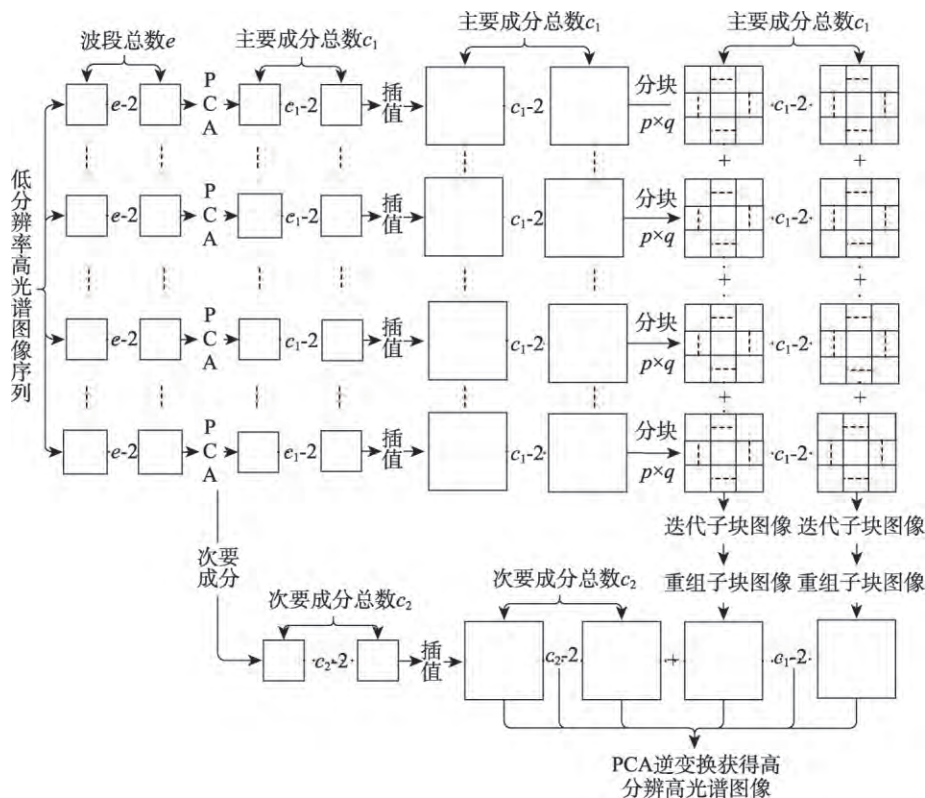


图2 LRH图像序列超分重建流程

Fig. 2 LRH image sequence super-reconstruction process

明两幅图像结构越相近,则重建质量越好。

统计精度一般是由总体性质,样本条件和统计量三位一体所控制的^[21],因此本文通过分析重建后图像的特性描述总体性质,截取重建图像中变化较为明显的局部区域作为样本,以PSNR和SSIM作为统计量综合分析重建结果。

3.2 模拟实验

本文选择的实验数据是机载可见光/红外成像光谱仪(Airborne Visible Infrared Imaging Spectrometer, AVIRIS)在美国加利福尼亚州纽华克地区的成

像图像。其空间分辨率为 $17\text{ m} \times 17\text{ m}$,共224波段,裁剪像元大小为 $400\text{ 像元} \times 400\text{ 像元}$ 的高光谱图像^[22]作为实验数据,在Intel(R) Core(TM) i7-4790 CPU@3.6GHz 64位操作系统,MatlabR2014b平台下编程实现。依据广义超分模型对高光谱图像数据进行降质实验,模拟图像的几何运动只在水平、垂直方向运动,分别为(0,0)、(0,5)、(5,0)、(5,5);添加支持域 3×3 ,方差为1.5的高斯模糊;而后进行降采样因子为2的操作,得到4幅分辨率为 $34\text{ m} \times 34\text{ m}$ 的高光谱模拟图像。其中,高光谱图像第55波段的降质模拟如图3所示。

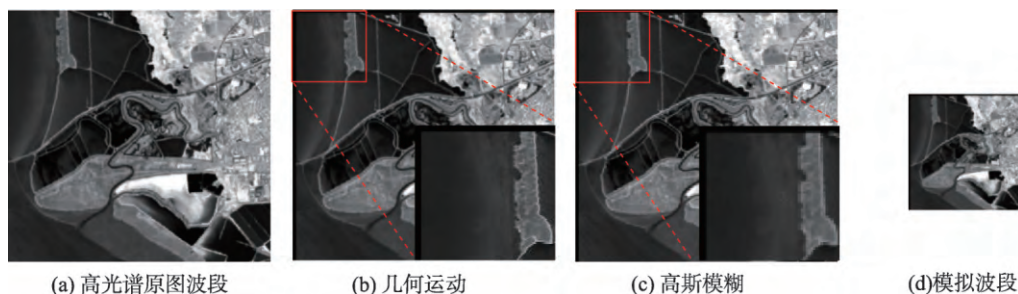


图3 高光谱图像波段的模拟降质过程

Fig. 3 Simulated degradation process of hyperspectral image bands

通过软件模拟图像降质过程,即图3(a)为高光谱原图第55波段,经(5,5)几何运动后效果如图3(b)所示,而后添加高斯模糊如图3(c),在此基础上进行降采样因子为2的操作,最终模拟出像元大小为 200×200 ,分辨率为 $34 \text{ m} \times 34 \text{ m}$ 的低分辨率变形图像,如图3(d)波段所示。应用PCA变换输出LRH模拟图像序列的前3成分作为主要成分,其中第4至第30成分为次要成分,其余为噪声成分。进而利用其主要成分结合最小二乘方法计算出图像几何运动参数。

空间分层异质性是地理现象的基本特点之一,而度量遥感图像的空间分异性可使用 Q 统计量^[23], Q 值越大表示自变量对属性的解释力越强,反之则越弱。结合K-means聚类算法对主成分图像进行分层,为了找出合适的分层数使计算结果更有效地解释图像,本文对不同分层数所得的结果作对比实验,其分层数量分别为4,5,6,7,8,借助分层结果计算出 Q 统计量见表1。从表中数据分析发现, Q 统计量值随着分层数的递增而增加,而增加趋势在降

低,其中第二成分的 Q 值相对较大。当分层数为7时,第一、二、三成分图像分别解释了97.01%,97.74%,96.54%的该类分层结果,实验效果相对较好,表明图中地物较为复杂。为了获取更佳的重建结果,接下来需要对图像进行分块操作。

对获取的主要成分进行样条插值并将其分割为 $b \times q$ 个子块图像作为初始迭代图像,经重建后的子块图像重组得到主要成分结果图。为了说明子块图像不同分块方案对重建结果的影响,将模拟实验参数设置为:步长为0.1,正则化参数 λ 为0.01,超分系数为2。为了便于对比,实验中 b 和 q 值相同,分别为2,5,10的分块策略,实验采用第一成分图像不同分块方法进行超分重建如图4所示。

实验对第一主要成分图像的不同分块方法分别计算PSNR和SSIM值,具体结果见表2。不论从图4中的视觉效果,还是从表2中的指标数值,均表明本文提到的分块算法优于无分块的算法;而且随着分块的进一步细化,性能指标也在不断提高。

将重建后的子块图像重组时一般会伴随十字

表1 不同成分的 Q 统计量

Tab. 1 Q statistics of different components

图像	分层数	Q 值	图像	分层数	Q 值	图像	分层数	Q 值
第一成分	4	0.9048	第二成分	4	0.9199	第三成分	4	0.8962
	5	0.9425		5	0.9459		5	0.9312
	6	0.9593		6	0.9670		6	0.9521
	7	0.9701		7	0.9774		7	0.9654
	8	0.9770		8	0.9813		8	0.9751

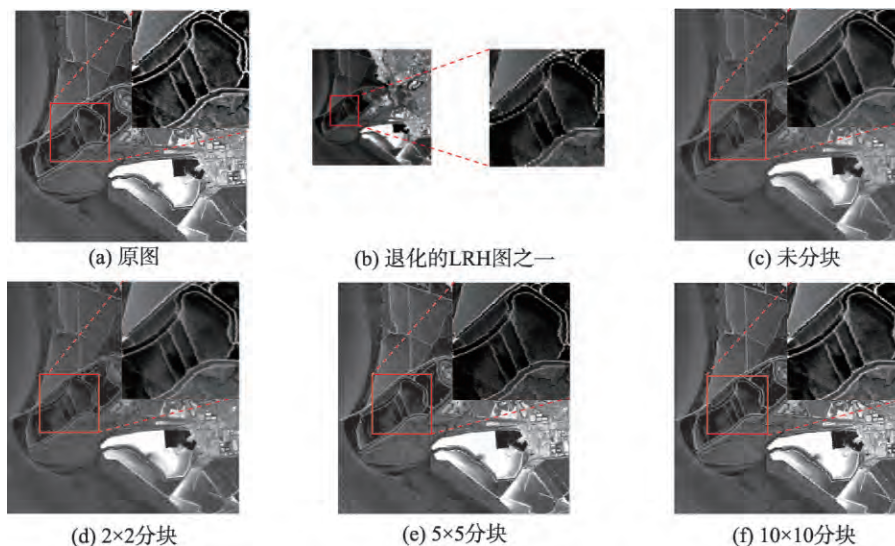


图4 不同分块法的第一主要成分实验结果

Fig. 4 Experimental results of different blocking scheme in the first major components

表2 第一主要成分图像的不同分块方案的PSNR值和SSIM值

Tab. 2 PSNR and SSIM for different blocking schemes of the first principal component image

	未分块	2×2分块	5×5分块	10×10分块
PSNR	19.4530	20.8295	21.9662	22.1437
SSIM	0.8623	0.8779	0.8973	0.9016

伪影,分析发现这是因为每个子块图像迭代的次数不一样,而采用扩边处理方法能够有效解决此问题。为了说明子块图像不同扩边宽度对重建结果的影响,实验利用第三主要成分进行不同扩边方案操作,结果如图5所示。

实验对不同扩边方案的重建结果计算PSNR和SSIM值,具体结果见表3。

将图5中的不同扩边方案重建结果作比较,当扩边像素为1和无扩边时,十字伪影相对明显且纹理较模糊,如图5(c)和(d)所示;当扩边像素为2时,十字伪影隐约可见,如图5(e)所示;当扩边像素为3和4时,全局图像纹理相对清晰,如图5(f)和(g)所示;将表3中的PSNR和SSIM数据作比较,无扩边的PSNR和SSIM数值最小,即重建效果最差。

随着扩边像素的增加,重建后图像细节信息越来越丰富,十字伪影逐渐消失。当扩边像素为3和4时,其PSNR和SSIM数据较为接近,表明重建效果基本相同。通过多次对比实验总结得出,当边界扩充像素大于3时能够有效避免十字伪影,因此本文选择扩充边界为4个像素进行实验。

为了验证算法的优越性,实验通过PSNR、SSIM指标和重建结果图对Tikhonov^[24],总变分^[25],传统HMRF模型^[13]和本文算法的重建结果进行定量定性比较。其中,PSNR和SSIM指标定量评价结果见表4。

将表4中的横向数据作对比,本文算法结果图的PSNR和SSIM值最高,表明重建后的图像灰度和结构与原始图像最为相近,即重建效果最好。而采用总变分方法和HMRF模型方法重建结果的定量评价数据相近,但总体趋势是后者优于前者。而Tikhonov方法重建结果的数据最低,即重建效果相对较差;将表4中纵向数据作对比,第一主成分的PSNR和SSIM数据最高,第二主成分次之,第三主成分最低,而第一,二和三成分对应的信息含量也是依次降低,可总结出重建效果和图像所含信息量

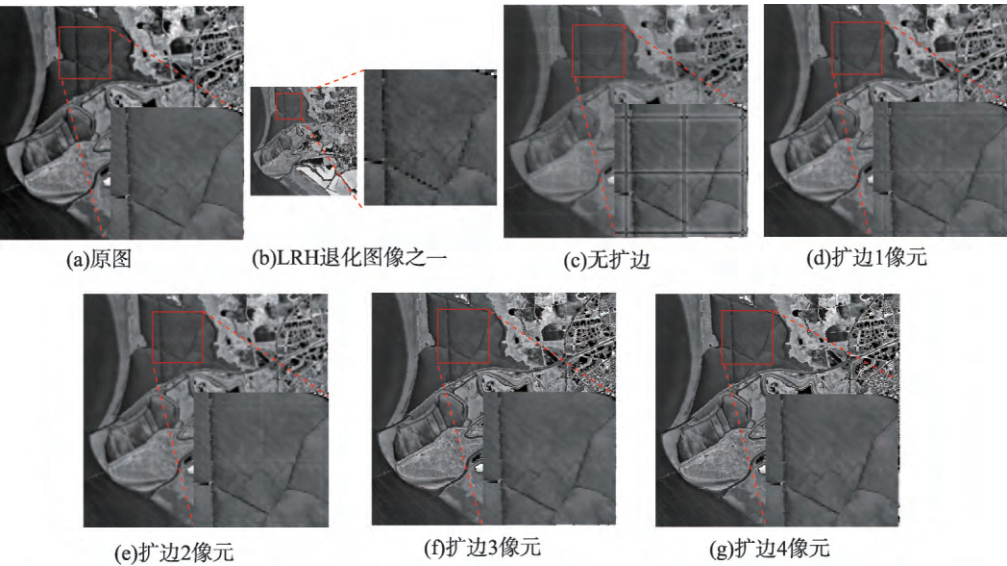


图5 第三主要成分的不同扩边方案重建结果

Fig. 5 Reconstruction results of different expansion scheme in the third major components

表3 第三主要成分的不同扩边方案的PSNR值和SSIM值

Tab. 3 PSNR and SSIM for different extension schemes

	无扩边	扩边1像素	扩边2像素	扩边3像素	扩边4像素
PSNR	15.556	15.813	16.101	16.257	16.271
SSIM	0.7865	0.8004	0.8115	0.8120	0.8123

表4 PSNR和SSIM数据比较结果
Tab. 4 Comparison results of PSNR and SSIM

成分图像	质量评价	Tikhonov	总变分	传统HMRF	本文算法
第一主成分	PSNR	19.6534	20.9329	21.0243	22.1437
	SSIM	0.8587	0.8755	0.8766	0.9016
第二主成分	PSNR	18.1071	18.8795	18.8601	19.7133
	SSIM	0.8134	0.8270	0.8312	0.8695
第三主成分	PSNR	14.8539	15.1122	15.1198	16.2710
	SSIM	0.7191	0.7696	0.7653	0.8123

相关,并成正比。

为了进一步定性评价重建结果,截取变化明显的局部图像进行对比。前3个成分集中了原始图像绝大部分信息,信息含量随着成分次序递增而减少,重建结果如图6所示,其中(a1)–(f1), (a2)–(f2), (a3)–(f3)分别为第一,二和三成分图像实验结果。其中, (a1)–(a3), (b1)–(b3), (c1)–(c3), (d1)–(d3), (e1)–(e3), (f1)–(f3)分别为原图,LRH退化图像之一,Tikhonov,总变分,传统HMRF和本文算法。将图6中的局部放大图对比发现,不同方法的超分重建结果相较于LRH退化图像更加清晰。其中,Tikhonov方法结果较为模糊,这是因为该方法对各像素均施以同程度的平滑,虽然能够处理较大幅值的噪声,但是丢失了边缘清晰度和细节信息,如图6(c1)–(c3)所示;总变分方法能够较好的重建出图像的细节信息,但重建结果图会出现阶梯效应,如图6(d1)–(d3)所示,这是因为该方法对图像采用分段平滑导致的结果;而传统HMRF模型

将图像分为平滑区域和粗糙区域分别建立不同程度的惩罚项,其重建效果优于Tikhonov方法,略优于总变分方法重建结果,如图6(e1)–(e3)所示。通过实验对比发现本文算法重建结果中没有出现明显的模糊或阶梯效应,能够有效保护了图像边缘,丰富了地物细节信息,如图6(f1)–(f3)所示。

将获得的主要成分图像与插值后的次要成分图像组合应用PCA逆变换得到一幅HRH图像,依据波段29、20和11合成假彩色图像如图7所示,通过定性评价图7中的4种方法结果图相较于LRH退化图像均更加清晰,其中图7(c)重建结果较模糊;图7(d)和图7(e)重建结果相似,前者重建结果会出现阶梯效应,后者边缘相对清晰;图7(f)改善了重建结果边缘信息,使纹理信息更加丰富,据此充分体现本文算法的优越性。

为了定量评价模拟图像超分重建结果,本文使用PSNR和SSIM作为指标,具体数值见表5,其中Tikhonov,总变分,传统HMRF模型和本文算法的

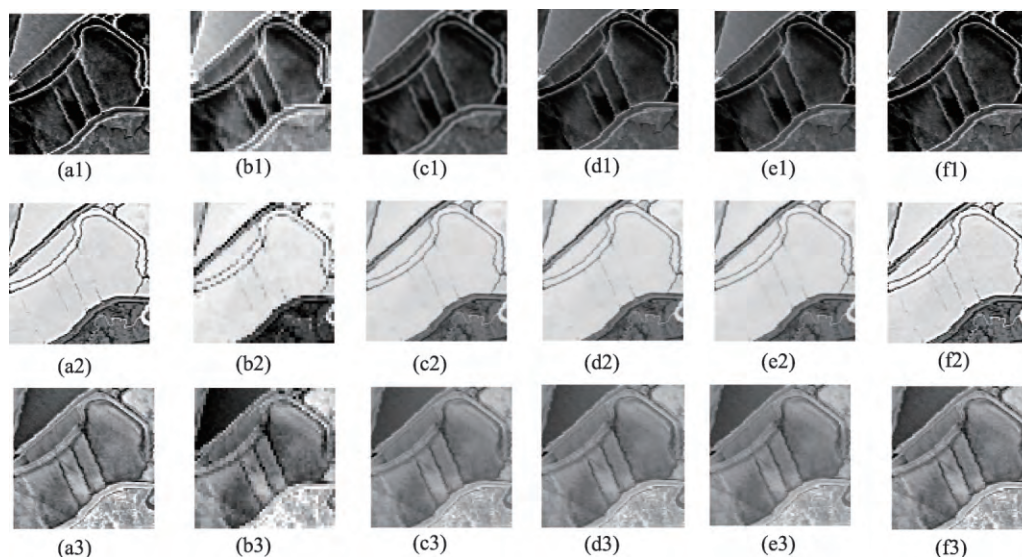


图6 前3个主要成分超分重建结果

Fig. 6 Super-reconstruction results of the first three main components

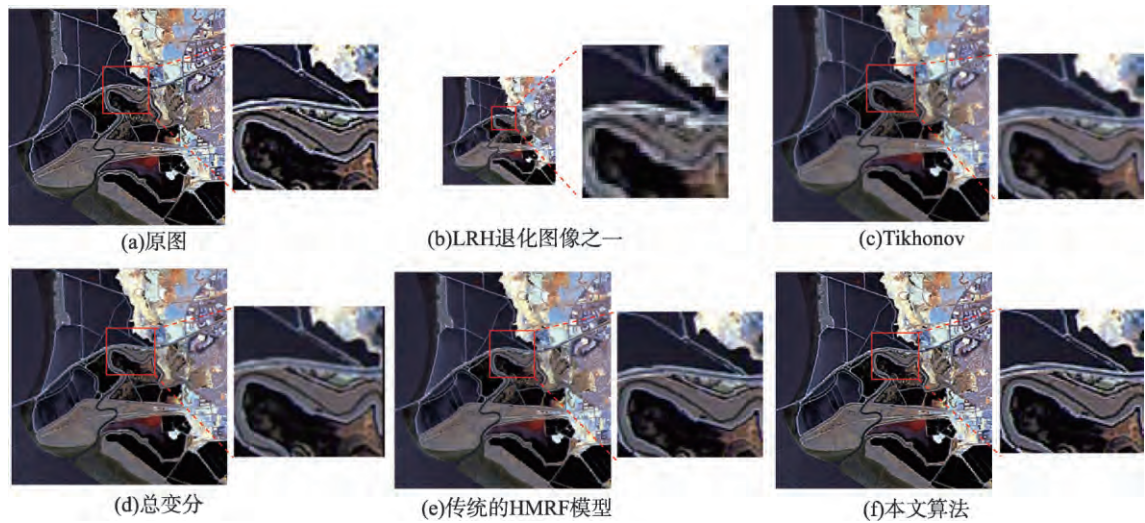


图 7 模拟图像超分重建结果
Fig. 7 Simulation image super-resolution reconstruction result

表 5 不同超分算法的 PSNR 和 SSIM 值
Tab. 5 PSNR and SSIM of different
super-resolution algorithms

算法	Tikhonov	总变分	传统 HMRF 模型	本文算法
PSNR	19.1243	20.2719	20.6865	22.0645
SSIM	0.8565	0.8723	0.8786	0.8927

PSNR 和 SSIM 值是呈现逐渐递增的且本文算法对应的数值也是最高的,表明本文算法较为突出。

3.3 真实实验

通过 AVIRIS 获取空间分辨率为 17 m× 17 m,波段总数为 224,不同时刻的 4 幅高光谱图像^[22],大致截取其同一场景像元大小为 150 × 150 如图 8(a),实

验设置超分系数为 2,扩边像元为 4,步长为 0.1,正则化参数 λ 为 0.01,采用 p 和 q 都为 10 的策略,应用本文算法得到像元大小 300×300 的重建结果如图 8(e),其中几何运动分别为 (0,0), (6,4), (8,2), (4,2)。由于采用的是实际数据,没有原始高分辨率图像作为对比,因此不能使用 PSNR 和 SSIM 定量指标评价,而是采用定性评价重建结果。为了突出本文算法的有效性与优越性,实验选用 Tikhonov,总变分,传统 HMRF 模型作对比实验,并选取重建后波段 29、20 和 11 合成假彩色图显示如图 8(b)–(e),将重建结果图的整体效果和其局部放大图综合比较发现,Tikhonov 重建结果边缘和内容相对不清晰,如图 8(b)所示;总变分方法重建结果图会呈现

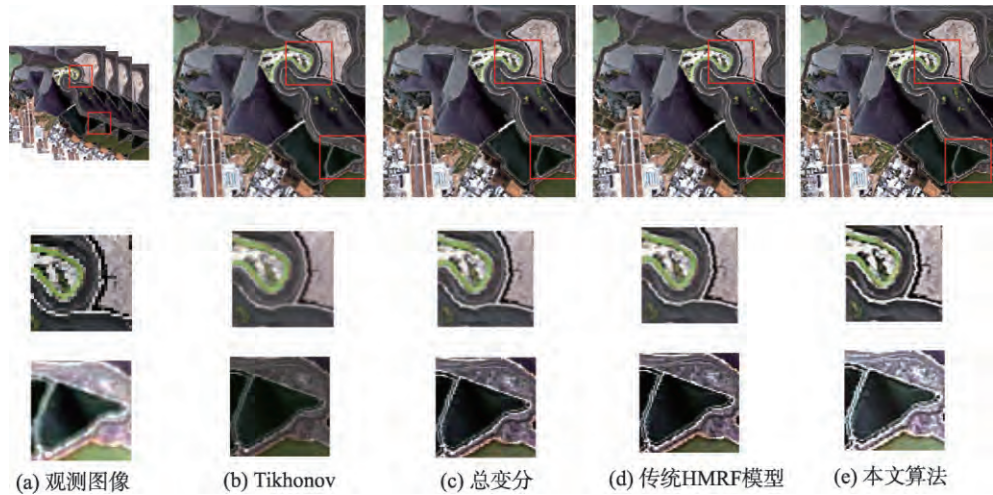


图 8 实际图像超分重建结果
Fig. 8 Actual image super-resolution reconstruction result

细微的阶梯效应,但边缘较为清晰,如图8(c)所示;而传统HMRF模型将图像分区建立模型,其重建效果的边缘和内容略优于总变分方法重建结果,如图8(d)所示;应用本文方法从视觉上观察极大改善了原图像内边缘和地物纹理信息,优于其它超分结果,如图8(e)所示。

4 结论

为了解决不同时刻LRH图像在应用MAP超分重建方法后图像细节信息丢失问题,本文提出基于先验HMRF模型的MAP分块超分辨率重建算法。该算法采用PCA操作降低数据内存,此外还在MAP算法的基础上考虑了图像中同质区域异质性问题,进而建立了自适应阈值HMRF模型,依据自适应阈值对分块后的子块图像判别异质区域,而后构建出拥有不同惩罚公式项的目标函数以提高图像重建质量。实验从定性和定量方面评价,其中模拟图像实验结果表明在引入PCA操作和图像分块策略后的本文算法在保护图像中边缘结构和地物纹理信息方面具有可行性,相较于Tikhonov,总变分和传统HMRF模型具有优越性。由此可见,通过真实影像序列应用所提出的算法可以高效地估计出相应的HRH图像。然而,本文算法只对LRH图像序列进行了超分系数为2的重建实验,针对更高的超分系数重建如何能够更好的提供高频信息问题,在接下来的工作中将进一步研究。

参考文献(References):

- [1] 杨闫君,田庆久,占玉林,等.空间分辨率与纹理特征对多光谱遥感分类的影响[J].地球信息科学学报,2018,20(1):99-107. [Yang Y J, Tian Q J, Zhan Y L, et al. Effects of spatial resolution and texture features on multi-spectral remote sensing classification[J]. Journal of Geo-information Science, 2018,20(1):99-107.]
- [2] 童庆禧,张兵,郑兰芬.高光谱遥感:原理、技术与应用[M].北京:高等教育出版社,2006. [Tong Q L, Zhang B, Zheng L F. Hyperspectral remote sensing: principle, technology and application[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.]
- [3] Borman S, Stevenson R L. Super-resolution from image sequences: A review[C]. In proceedings of the 1998 Midwest Symposium on Circuits and Systems, 1998:374-378.
- [4] Park S C, Park M K, Kang M G. Super-resolution image reconstruction: A technical overview[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2003,20(3):21-36.
- [5] 黄淑英.基于空间域正则化方法的图像超分辨率技术研究[D].青岛:中国海洋大学,2013. [Huang S Y. Research on image super-resolution reconstruction based on spatial regularization technique[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2013.]
- [6] Farsiu S, Elad M, Milanfar P. A practical approach to super-resolution[C]. Proceedings of SPIE 2006,6077:24-38.
- [7] Zhang K, Gao X, Tao D, et al. Single image super-resolution with non-local means and steering kernel regression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012,21(11):4544-4556.
- [8] Capel D P, Zisserman A. Super-resolution from multiple views using learnt image models[C]. IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2001,2:627-634.
- [9] Stark H, Oskoui P. High resolution image recovery from image plane arrays, using convex projection[J]. Journal of the Optical Society of America, 1989,6(11):1715-1726.
- [10] Patti A J, Sezan M I, Tekalp A M. Super-resolution video reconstruction with arbitrary sampling lattices and nonzero aperture time[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997,6(8):1064-1076.
- [11] Schuler J M, Howerd J G, Warren P R, etc. Resolution enhancement through TRRID processing[A]. In Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering[C]. San Jose, CA, United States, 2002:872-876.
- [12] Gao X, Zhang K, Tao D, et al. Image super-resolution with sparse neighbor embedding[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012,21(7):3194-3205.
- [13] Schultz R R, Stevenson R L. Extraction of high-resolution frames from video sequences[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1996,5(6):996-1011.
- [14] 吴志春,叶发旺,郭福生,等.主成分分析技术在遥感蚀变信息提取中的应用研究综述[J].地球信息科学学报,2018,20(11):1644-1656. [Wu Z C, Ye F W, Guo F S, et al. A review on application of techniques of principle component analysis on extracting alteration information of remote sensing[J]. Journal of Geo-information Science, 2018,20(11):1644-1656.]
- [15] 王崴,唐一平,任娟莉,等.一种改进的Harris角点提取算法[J].光学精密工程,2008(10):1995-2001. [Wang H, Tang Y P, Ren J L, et al. An improved algorithm for Harris corner detection[J]. Optics and Precision Engineering, 2008(10):1995-2001.]
- [16] 刘佳,傅卫平,王雯,等.基于改进SIFT算法的图像匹配[J].仪器仪表学报,2013,34(5):1107-1112. [Liu J, Fu W P, Wang W, et al. Image matching based on improved SIFT algorithm[J]. Journal of Instrumentation, 2013,34(5):1107-1112.]

- [17] 王思珺,赵建,韩希珍.基于仿射变换的快速全局运动估计算法[J].液晶与显示,2012,27(2):263-266. [Wang S Q, Zhao J, Han X Z. Fast global motion estimation algorithm based on affine transformation[J]. Liquid Crystal And Display, 2012,27(2):263-266.]
- [18] 张艳,王涛,徐青.基于HMRF先验模型的HBE卫星遥感图像超分辨率重建[J].武汉大学学报·信息科学版,2007,32(7):589-592. [Zhang Y, Wang T, Xu Q. HBE satellite super-resolution reconstruction with HMRF prior model [J]. Journal of Wuhan University (Information Science Edition), 2007,32(7):589-592.]
- [19] 刘薇.超分辨率图像重建关键问题研究[D].西安:西安理工大学,2013. [Liu W. Research on the key issues of super-resolution image reconstruction[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2013.]
- [20] 王涛,高新波,张都应.一种基于内容的图像质量评价测度[J].中国图象图形学报,2007,12(6):1002-1007. [Wang T, Gao X B, Zhang D Y. An objective content-based image quality assessment metric[J]. Journal of Image and Graphics, 2007,12(6):1002-1007.]
- [21] Wang J F, Stein A, Gao B B, Ge Y. A review of spatial sampling[J]. Spatial Statistics, 2012,2:1-14.
- [22] <http://aviris.jpl.nasa.gov/>.
- [23] Wang J F, Zhang T L, Fu B J. A measure of spatial stratified heterogeneity[J]. Ecological Indicators, 2016,67:250-256.
- [24] 傅初黎,李洪芳,熊向团.不适定问题的迭代Tikhonov正则化方法[J].计算数学, 2006(3):237-246. [Fu C L, Li H F Xiong X T. Iterative tikhonov regularization for ill-posed problems[J]. Computational Mathematics, 2006(3): 237-246.]
- [25] 占美全,邓志良.基于L1范数的总变分正则化超分辨率图像重建[J].科学技术与工程,2010,10(28):6903-6906. [Zhan M Q, Deng Z L. L1 norm of total variation regularization based super-resolution reconstruction for images [J]. Science Technology and Engineering, 2010,10(28): 6903-6906.]